

Genetický konstruktivismus a jeho spojenci

Ladislav Kvasz

Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Redakci zasláno 20. 8. 2024 / upravená verze obdržena 17. 1. 2025 /
/ k uveřejnění přijato 1. 2. 2025

Abstrakt: Genetický konstruktivismus sa v kontexte kurikulárnych reforiem v ČR javí ako marginálna iniciatíva skupinky nadšencov. Cieľom predkladanej state je ukázať, že takýto dojem je skreslený a vzniká v dôsledku historicky vzniknutej obmedzenosti horizontu, na ktorom je genetický konstruktivismus posudzovaný. Keď sa na reformy kurikula pozrieme v širšom kontexte reforiem vyučovania matematiky v západnej Európe a USA v priebehu posledných päťdesiatich rokov, zistíme, že genetický konstruktivismus je v súlade s hlavným trendom týchto reforiem a v niektorých oblastiach môže ponúknuť riešenia problémov, s ktorými reformné snahy na západe bezvysledne zápasia. Podobne, keď genetický konstruktivismus zasadíme do širšieho teoretického rámca kognitívnych vied, zistíme, že je v súlade s trendmi v tejto oblasti. Cieľom predkladanej state je načrtnúť kontext v rámci ktorého je možné genetický konstruktivismus vnímať ako štandardnú súčasť hlavného prúdu reformných snažení v oblasti didaktiky matematiky. Veríme, že zasadenie genetického konstruktivismu do tohto širšieho kontextu pomôže prekonať animozitu, s ktorou je v niektorých kruhoch konfrontovaný.

Kľúčové slová: Didaktika matematiky; genetický konstruktivismus; New Math; kognitívne vedy

Genetický konstruktivismus¹ pôsobí v kontexte Českej didaktiky matematiky ako okrajová iniciatíva malej skupinky nadšencov, ktorá naráža u predstaviteľov hlavného prúdu na kritiku až odpor. Ani jej zástanci, ani kritici si však neuvedomujú, že tento pohľad je skreslený. Genetický konstruktivismus je súčasťou širšieho reformného úsilia, ktoré v USA a mnohých krajinách západnej Európy predstavuje hlavný prúd zmien vyučovania matematiky a stojí za ním okrem iných NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) – stavovská organizácia učiteľov matematiky v USA s viac než sto tisíc členmi (Latterell, 2005, s. 71). V USA nie je nositeľom reforiem malá skupinka nadšencov, ale najväčšia stavovská organizácia učiteľov matematiky v západnom svete. Avšak ani táto okolnosť nezabránila ostrým stretom medzi

¹ Genetický konstruktivismus je termín, ktorý sa autor tohto článku snaží presadiť ako označenie prístupu k vyučovaniu matematiky bežne nazývaného *Hejného metóda*.

zástancami reforiem (reprezentovanými NCTM) a ich odporcami (ktorí sa regrutujú spomedzi matematikov a rodičov), ktoré pripomínajú diskusie o genetickom konštruktivizme (vo verejnosti známom ako Hejného metóda) u nás. V Amerike sa pre tieto strety vžil názov *Math Wars* (matematické vojny t. j. vojny o charakter vyučovania matematiky) a je im venovaná kniha Carmen Latterell *Math Wars, A Guide for Parents and Teachers* (Matematické vojny, sprievodca pre rodičov a učiteľov, Latterell, 2005), ktorá vysvetľuje povahu reforiem a príčiny sporov.

To, prečo zástancovia genetického konštruktivizmu necítia za sebou podporu stotisícovej stavovskej organizácie z USA, je spôsobené pozoruhodným „fázovým posunom“ medzi periódami reforiem a ústupov od nich u nás a na západe. Keď u nás nastupovali reformné snahy v oblasti vyučovania matematiky, vo svete sa od nich už spravidla ustupovalo. Tak tomu bolo v prípade tzv. New Math (viď nižšie) a tak je tomu aj v prípade konštruktivizmu. A naopak, keď vo svete vrcholil nástup určitej reformy, u nás bola modernizácia vyučovania matematiky na okraji pozornosti. Tak tomu bolo roku 1950, kedy vo svete nastupovala New Math ako aj roku 1989, keď nastupoval konštruktivizmus. Ako uvádza Latterell, významné medzníky reforiem vo vyučovaní matematiky v USA a západnej Európe boli v rokoch 1950, 1970 a 1989, kedy našou spoločnosťou hýbali úplne iné problémy než otázka, ako optimálne vyučovať matematiku. Zdá sa, že reformné hnutie v didaktike matematiky v Českej republike je v protipohybe voči reformnému hnutiu v západnej Európe, a preto sa nositelia týchto zmien u nás necítia byť súčasťou mohutného celosvetového trendu.

Tento posun sa netýka iba reforiem vyučovania matematiky, ale aj ich teoretického ukotvenia. Hnutie New Math bolo v päťdesiatych rokoch minulého storočia teoreticky ukotvené v *štrukturalizme*, ktorý v matematike reprezentovala Bourbakiho skupina. V psychológii sa k štrukturalizmu hlásil Jean Piaget. Vplyv štrukturalizmu bol u nás zbrzdený spoločenským vývinom v päťdesiatych rokoch, takže hlavný vplyv štrukturalizmu začal o dekádu neskôr, v dobe, keď v USA začína tzv. *kognitívna revolúcia*. Prenikanie kognitívnych vied bolo u nás spomalené udalosťami roku 1968 a následnou normalizáciou. Preto prirodzený teoretický rámec, ktorý pre genetický konštruktivizmus predstavujú kognitívne vedy (predovšetkým Fodorova *teória modularity mysle* a Chomského *teória duševných orgánov* – pozri napríklad

Fodor, 1983 a Chomsky, 1980a), bol recipovaný s oneskorením, alebo vôbec nie. Vnímame ho od kognitívnych vied izolovane, a tak, môže pôsobiť ako teoreticky naivný a nepodložený.

Cieľom tejto state je objasniť súvis medzi genetickým konštruktivismom a reformami matematiky v západnej Európe a severnej Amerike. Pokúsime sa ukázať, čo majú spoločné a v čom sa naopak odlišujú. Dúfame, že táto konfrontácia umožní pochopiť, že genetický konštruktivismus je súčasťou širokej reformnej vlny, ktorá má obrovskú silu. Podobne sa pokúsime načrtnúť súvis medzi genetickým konštruktivismom a prúdom kognitívnych vied. Veríme, že zasadenie genetického konštruktivismu do širšieho reformného aj teoretického kontextu pomôže objasniť, prečo sa niektoré kritiky genetického konštruktivismu, ktoré boli sformulované v dôsledku jeho stotožnenia s radikálnym konštruktivismom (Rendl, 2008; Rendl & Štech, 2012) mýliajú s cieľom. Radikálny konštruktivismus bol a je v oblasti reforiem vyučovania matematiky bezvýznamný, na rozdiel od sociálneho konštruktivismu (Ernest, 1997), ktorého prvky sú obsiahnuté aj v genetickom konštruktivizme.

1 Reformy vyučovania matematiky v USA a v Československu

Carmen Latterell (2005) približuje dejiny reforiem vyučovania matematiky v USA pomocou metafory kyvadla. Jeho jeden pól zodpovedá tradičnému poňatiu vyučovania, zameranému na základné matematické znalosti a druhý pól zodpovedá reformnému poňatiu, usilujúcemu o to, aby žiaci matematické poznatky samostatne objavovali. Podľa autorky je možné rozlíšiť v dejinách reformných snáh v USA šesť období, ktoré vo svojej knihe podrobnejšie opisuje:

1. Matematika pre praktické aplikácie (1880–1920);
2. Tzv. *progresívne vzdelávanie* (1920–1950) vychádzajúce z Deweyho pedagogickej teórie;
3. Tzv. *New Math* (1950–1971) zamerané na výuku teórie množín a modernej matematiky;
4. Hnutie *back to basics* (1971–1979), návrat k tradičnej výuke po krachu New Math;

5. Obdobie *problem solving* (1979–1989);
6. Obdobie reformy iniciovanej NCTM a jej kritiky v podobe Math Wars (1989–).

Už aj tento náčrt ukazuje, že roky 1920, 1950, 1971 a 1989, ktoré sú v dejinách amerického školstva medzníkmi reforiem vyučovania matematiky, sú u nás rokmi spoločenských zmien.

Rok 1920 je v tieni vzniku československej republiky a budovania štátneho školstva. Aj keď budovatelia štátneho školstva bezpochyby prijali prvky progresívneho vzdelávania, riešili omnoho zložitejšie a závažnejšie problémy, než je otázka, ako efektívne vyučovať matematiku. Podobne rok 1950, keď sa v západnej Európe a severnej Amerike spúšťa reforma známa pod názvom New Math, u nás po komunistickom prevrate začína budovanie jednotného socialistického školstva, ktoré sleduje iné ciele, než modernizáciu vyučovania matematiky. Roku 1971, kedy západ ustupuje od New Math, u nás vrcholí normalizácia. Sme tak svedkami pozoruhodnej snahy udržať aspoň niečo z emancipačného hnutia druhej polovice šesťdesiatych rokov, kedy s pätnásťročným oneskorením k nám začali prenikať myšlienky New Math. Tak aj v Československu sa presadzuje reforma vyučovania matematiky, ktorá je inšpirovaná New Math (pozri Šedivý, 1969), ale deje sa tak v dobe, kedy západ od tejto reformy už ustúpil. U nás v rokoch (1970–1979) dominovala výuka matematiky na báze teórie množín, kým západ sa vracal k tradičnému vyučovaniu. A rok 1989, keď sú v USA publikované jednotné štandardy vypracované NCTM a nastupuje celonárodná reforma vyučovania matematiky v duchu konštruktivismu, u nás prebieha Nežná revolúcia, ktorá vedie k ústupu od jednotných osnôv a konštruktivismus rozhodne nie je centrálne presadzovaným prístupom k vyučovaniu matematiky.

Podľa nášho názoru tento „fázový posun“ reforiem vyučovania matematiky spôsobuje, že tvorcovia učebníc na základe princípov genetického konštruktivismu sa nemohli prihlásiť ku všeobecnému konštruktivistickému hnutiu na západe a tým legitimizovať svoje úsilie. Na západe je konštruktivistické hnutie riadené zhora, kým v našich pomeroch je genetický konštruktivismus skôr alternatívou k centrálne riadeným reformám, nech už je ich náplňou čokoľvek. Preto si najprv stručne objasníme vzťah genetického konštruktivismu k jednotlivým reformným vlnám v zahraničí.

1.1 *Reformy New Math*

Prvou reformou zameranou vyslovene na modernizáciu vyučovania matematiky bolo v USA tzv. hnutie *New Math*, ktoré začalo po roku 1950. Táto reforma mala svoju európsku analógiu pod názvom Moderná matematika. Roku 1952 Caleb Gattegno (matematik a psychológ zodpovedný za prípravu učiteľov matematiky na Londýnskej univerzite) dokázal spojiť na konferencii v *La Rochette par Melun* skupinu matematikov, psychológov, pedagógov a učiteľov a založili CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématique* – medzinárodná komisia pre štúdium a zlepšenie vyučovania matematiky). Konferencie sa zúčastnili napríklad Jean Piaget a matematici Gustave Choquet, Jean Dieudonné, André Lichnerowicz (členovia skupiny Bourbaki). Konferencia v La Rochette iniciovala reformu paralelnú s reformou New Math v Amerike (pozri Furinghetti & Menghini, 2023). Prvou publikáciou CIEAEM bola kniha (Piaget et al., 1955). „Najlepší spôsob ako popísať New Math je, že to bola teória množín pre všetkých, vrátane škôlkarov“ (Latterell, 2005, s. 22). Významný holandský didaktik matematiky Hans Freudenthal sa od začiatku otvorene staval proti tejto reforme. Okolo roku 1970 dospela komunita didaktikov matematiky k presvedčeniu, že reforma New Math neuspela a všeobecne sa od nej upustilo.

V Československu sa didaktici matematiky postupne oboznamovali s reformou New Math v priebehu šesťdesiatych rokov, keď po odznení stalinizmu postupne začali obnovovať pretrhané väzby so západom. Samotná reforma bola v celoštátnom meradle zahájená roku 1974, teda v čase, kedy sa na západe od tejto reformy ustupovalo. Pri spätnom pohľade spustenie tejto reformy vyznieva ako snaha uchovať aspoň niečo z otvorenosti voči medzinárodnému daniu, ktoré bolo charakteristické pre druhú polovicu šesťdesiatych rokov. Takže u nás reforma nastupuje po tom, ako od nej na západe ustúpili, pričom reforma je riadená centrálné ministerstvom školstva.

Genetický konštruktivizmus síce verejne vystúpil tiež v priebehu 1970-tych rokov, ale od hnutia New Math ako aj od jeho implementácie v Československu bol nezávislý. Prvým úspechom genetického konštruktivizmu bolo organizovanie Táborov mladých matematikov (TMM) na Slovensku od roku 1975, pričom na treťom TMM roku 1977 s názvom *Pracovné materiály školiaceho pracoviska TMM* vyšiel programový text genetického konštruktivizmu (Hejný & Hejný, 1977, in Bachratý et al., 2012). Vyšiel v náklade sto kusov

pod záštitou Metodického centra v Banskej Bystrici, takže okrem desiatky vedúcich tábora sa o ňom sotva niekto dozvedel.

Kým reforma New Math bola v Československu riadená Ministerstvom školstva a zasiahla prakticky všetky školy na území štátu, genetický konštruktivizmus sa zameriaval na mimoškolskú matematiku – predovšetkým na matematické krúžky a Tábory mladých matematikov. Obmedzoval sa na malú skupinu ľudí, ktorí boli vedúcimi týchto krúžkov a táborov. Jeho cieľom bolo umožniť deťom, aby matematiku spoznali aj mimo školského prostredia strachu, známkovania a donucovania. Po vyše dvadsiatich rokoch fungovania najmä v mimoškolskom prostredí sa po roku 1989 otvorili genetickému konštruktivizmu možnosti preniknúť do škôl a pretvoriť aj školskú matematiku.

Keď porovnáme metódy a ciele hnutia New Math a genetického konštruktivizmu, zistíme, že tieto dve iniciatívy okrem časovej koincidencie nemajú prakticky nič spoločné. New Math bola zameraná na modernizáciu obsahu školskej matematiky, a tradičné učivo nahradzovala matematikou sformulovanou v jazyku teórie množín. Naproti tomu genetický konštruktivizmus sa pôvodne zameriaval na mimoškolskú matematiku a jeho cieľom bolo umožniť žiakom zažiť matematiku v klíme radosti, objavovania a hier a tak ju oddeliť od atmosféry strachu a hodnotenia.

1.2 Reforma iniciovaná NCTM

Kým reforma New Math nemá s genetickým konštruktivizmom okrem náhodnej zhody okamihu nástupu v Československu nič spoločné, reforma vyučovania matematiky, ktorú roku 1989 inicioval v USA Národný zväz učiteľov matematiky (NCTM), má s genetickým konštruktivizmom spoločné konštruktivistické zameranie. Genetický konštruktivizmus sa sformoval vyše dvadsať rokov predtým, ako si v Amerike uvedomili, že hnutie New Math skrachovalo a vyučovanie matematiky sa vracia k tradičným formám. NCTM publikovalo roku 1989 štandardy, ktoré boli implementované vo väčšine škôl v celých USA.

Základné princípy NCTM štandardov možno zhrnúť do niekoľkých bodov (viď Latterell, 2005, s. 28–30): 1. Integrované matematické kurikulum, v ktorom sa v každom ročníku vyskytne niečo nového z každej oblasti matematiky (čím nahradili oddelené celky algebry, geometrie, kombinatoriky a pod., ktorých postupné prechádzanie je charakteristické pre klasické kurikulum). 2. Extenzívne používanie kalkulačiek, ktoré malo nahradiť nácvik základných

počtárskych zručností, ktoré sa vďaka kalkulačkám stávajú zbytočnými. 3. Zníženie dôrazu na základné počtárske zručnosti ako je písomné násobenie a delenie, ktoré sa prakticky nenacvičujú. 4. Zvýšenie dôrazu na štatistiku a na diskretnú matematiku. 5. Dôraz na *problem solving*, lebo schopnosť samostatne riešiť matematické problémy je zástancami NCTM reformy považovaná za hlavný cieľ vyučovania matematiky. 6. Celkovo konštruktivistické pojetie vyučovania matematiky s tým, že žiak si musí skonštruovať svoje vlastné matematické poznanie, ideálne v procese samostatného objavovania (postavené proti predstave, že žiak sa potrebuje naučiť naspamäť základné matematické poznatky, ktoré mu učiteľ povie, aby mal základy, na ktorých bude môcť neskôr budovať). „NCTM kurikulum sa zakladajú na konštruktivizme, čo znamená, že učiteľ neprednáša ani nevyžaduje učenie sa naspamäť a následný nácvik procedúr a nekladie dôraz na záväzné postupy. Miesto toho učiteľ vytvára situácie, v ktorých žiaci pracujú v skupinách, objavujú matematiku, používajú rôznorodé reprezentácie a experimentujú s otázkami s otvoreným koncom. Neskôr učiteľ môže zaistiť aby boli „objavené“ pravidlá „správne““ (Latterell, 2005, s. 41). Mnohé z týchto princípov sú blízke princípom genetického konštruktivismu.

Zhruba po desiatich rokoch fungovania reformy sa proti nej zdvihla vlna odporu. Iniciovali ju na jednej strane rodičia, ktorí sa obávali, že ich deti vyučované v rámci reformného kurikula nebudú úspešné pri prijímacích skúškach na univerzity. Univerzity totiž aj naďalej používali pri prijímacích skúškach štandardizované testy obsahujúce štandardné matematické úlohy (na počítanie so zlomkami, úpravy algebraických výrazov a pod.), ktoré sa v rámci nového kurikula prestali vyučovať. Druhú skupinu odporcov reformou tvorili profesionálni matematici, ktorí nesúhlasili s vynechaním tradičného nácviku číselného počítania, práce so zlomkami a úprav algebraických výrazov preto, lebo tieto sú podľa nich nevyhnutné pre porozumenie vyššej matematike. Preto podľa nich stále menšie percento žiakov, ktorí prešli výukou podľa NCTM kurikula, je schopná pokračovať v kurzoch vyššej matematiky, ktoré sú však kľúčové pre mnohé vedecké a technické obory štúdia.

1.3 Kritika NCTM reformy zo strany Liping Ma

S pokusom nájsť určitú strednú cestu medzi reformným táborom a kritikmi reformy prišla Liping Ma v knihe *Znáť a učiť elementární matematiku* (Ma, 1999). Kniha vyšla desať rokov po začiatku reformy, v dobe, kedy kulminovali Math Wars. Knihe „tlieskali ako profesori matematiky tak aj didaktici“

(Latterell, 2005, s. 131). Už samotný tento fakt je pozoruhodný, vzhľadom na hlboké nezhody medzi profesionálnymi matematikmi a didaktikmi matematiky ohľadne reforiem. Ma uskutočnila empirický výskum, v ktorom porovnávala matematické vedomosti učiteľov základných škôl v Číne a v USA. Jej výskum ukázal, že čínski učitelia matematiky majú „hlboké porozumenie základnej matematiky“ (*profound understanding of fundamental mathematics*). Na prvý pohľad je to prekvapujúce zistenie, pretože budúci učitelia matematiky v USA študujú matematiku dlhšie a v širšom rozsahu ako ich kolegovia v Číne. Ale rozdiel je v tom, že v Číne sa budúci učitelia učia elementárnu matematiku, ktorú budú na základnej škole vyučovať, a učia sa ju tak, aby dosiahli jej hlbšie porozumenie. Naproti tomu budúci učitelia matematiky v USA sa síce učia viac matematiky, ale učia sa vysokoškolskú matematiku, ktorú často nedokážu prepojiť so školskou matematikou. Podľa Ma majú učitelia matematiky v Číne hlbšie matematické poznanie, a ak v USA chcú zlepšiť vyučovanie matematiky, je nutné skvalitniť matematické poznanie učiteľov.

Samozrejme, profesionálni matematici to radi počujú, lebo sú presvedčení, že učitelia vedia málo matematiky. Preto cestu vpred vidia v tom, že budúcich učiteľov matematiky budú učiť ešte viac (vysokoškolskej) matematiky. Na druhej strane zástancovia NCTM reforiem vidia v slovách Ma podporu svojho presvedčenia, že budúci učitelia by sa mali začať učiť tú matematiku, ktorú budú skutočne vyučovať (teda matematiku v konštruktivistickom duchu).

Ma sa zasadzuje za vytvorenie rovnováhy medzi tradičným a NCTM kurikulumom. Hovorí: „učitelia s hlbokým porozumením základnej matematiky nikdy neignorujú úlohu procedurálneho učenia, nezávisle od toho, aký dôraz kladú na konceptuálne porozumenie“² (Latterell, 2005, s. 135). Návrh Ma pripomína Tycha de Brahe, ktorý sa tiež pokúsil spojiť prvky dvoch nekompatibilných systémov. A podobne ako dnes, aj okolo roku 1600 skoro všetci tleskali (s výnimkou Keplera), lebo Tycho de Brahe zdanlivo spojil výhody Koperníkovej astronómie s výhodami tradičnej aristotelovskej kozmológie. Ale nakoniec sa ukázalo, že tento kompromisný systém nefunguje, lebo neumožňuje zladať fyzikálne princípy pohybu planét s astronomickými pozorovaniami. Newton nadviazal na Keplera a nie na Tycha. Je možné, že aj v didaktike matematiky to, čo potrebujeme, nie je kombinácia prvkov dvoch nekompatibilných

² Genetický konštruktivizmus robí niečo podobné. Nemieša síce dva nekompatibilné svety, ale procedurálnu matematiku preloží do jazyka matematických prostredí, a sprístupní ju tak konceptuálnemu porozumeniu.

systémov, ktorá uspokojí obidve strany, ale zladenie kognitívnych princípov matematického myslenia s organizáciou jej vyučovania.

Genetický konštruktivizmus ponúka riešenie tohto sporu tým, že procedurálnu matematiku identifikuje ako matematiku pred-gréckej (teda egyptsko-babylonskej) vrstvy.³ Preto rozhodne nie je správne procedurálnu matematiku z kurikula eliminovať, ako o to usilujú zástancovia NCTM kurikula. V tom majú matematici pravdu, že procedurálna matematika je podkladom, na ktorom spočíva mnoho matematických intuícií a pojmov. Čo však nie je samozrejmé je, či túto *archaickú vrstvu* matematiky musíme *vyučovať archaickými metódami*, teda učením naspamäť a drilom. Návrhom genetického konštruktivizmu je procedurálnu matematiku, pomocou vhodných matematických prostredí preniesť do „gréckej“ formy, ktorá žiakom umožňuje tieto procedúry objavovať, diskutovať o nich medzi sebou a zdôvodňovať správnosť jednotlivých pravidiel.

2 NCTM ako spojenec genetického konštruktivizmu

V reforme spustenej NCTM možno vidieť prirodzeného spojenca genetického konštruktivizmu. Dá sa povedať, že prístup NCTM reforiem, ako sme ho stručne načrtli vyššie, je v zhode s prvým, druhým a štvrtým princípom genetického konštruktivizmu, ako sú uvedené v Kvasz (2016). NCTM prístup je konštruktivistický prístup, uprednostňuje realistické problémy pred umeľými nácvikovými úlohami a hlási sa k sociálnemu konštruktivizmu. Hlavný rozdiel je v tom, že NCTM prístup nepoužíva princíp *historickej ukotvenosti matematických poznatkov* ani princíp *genetickej paralely*, a že nepoužíva *matematické prostredia*. Z týchto rozdielov je asi najvýznamnejší princíp genetickej paralely. Ten hovorí, že vo vývine matematiky existujú štádiá, etapy či úrovně poznania, ktoré sa od seba významne odlišujú, a k tomu, aby sme mohli dosiahnuť so žiakmi vyššie štádium, musíme prejsť nižšími, ktoré obsahujú motiváciu pre vyššie štádium, intuitívne predstavy pre pojmy vyššieho štádia, a ukotvujú techniky a metódy vyššieho štádia v konkrétnych príkladoch. Ale aj napriek týmto rozdielom je jasné že v reformnom hnutí iniciovanom NCTM má genetický konštruktivizmus významného spojenca.

³ Tu sa dostáva k slovu princíp historického ukotvenia matematických poznatkov, podľa ktorého prv než začneme určitú časť matematiky vyučovať, musíme si urobiť jasno v tom, aké motívy a problémové kontexty sprevádzali jej vznik (Kvasz, 2016, s. 26).

Ale nielen to, že súlad medzi reformou NCTM môže genetický konštruktivizmus použiť ako argument pre to, že nie je okrajovým hnutím českej proveniencie, ale je súčasťou významného celosvetového trendu. Možno tiež uviesť, že s rozpracovávaním princípov tejto reformy začal minimálne dvadsať rokov skôr než kolegovia v USA. Omnoho dôležitejšie je, že genetický konštruktivizmus obsahuje riešenie rozporu, ktorý v USA rozdeľuje zástancov a odporcov reformy. Tým je otázka pamäťového učenia a následného drilu početných schopností a algebraických úprav.

Zástancovia NCTM reforiem počtársky dril a nácvik algebraických úprav odmietajú, považujú ich v dobe grafických kalkulačiek za prežitok. Naproti tomu zástancovia tradičnej výuky tvrdia, že počtárske schopnosti a zbehlosť v algebraických úpravách sú dôležité pre porozumenie vyššej matematiky, a preto ich nahradenie kalkulačkami odmietajú. Podľa genetického konštruktivismu tento na prvý pohľad nezmieriteľný protiklad má riešenie. Z hľadiska princípu historického ukotvenia matematických poznatkov (Kvasz, 2016, s. 26–27) predstavuje počítanie náplň staroegyptskej matematiky. V odmietaní počtárskeho drilu a v dôraze na pojmové myslenie a riešenie problémov (*problem solving*) možno vidieť ducha starogréckej matematiky, ktorá kládla dôraz na argumentáciu a konceptuálne porozumenie problémov. Preto možno povedať, že zástancovia tradičného prístupu trvajú na potrebe začať vyučovanie matematiky od egyptskej vrstvy poznania. Zástancovia reforiem naopak egyptskú vrstvu odmietajú a uprednostňujú kognitívne nepomerne bohatšiu vrstvu gréckej matematiky.

Genetický konštruktivizmus ponúka praxou overené riešenie tohto protikladu pomocou tzv. matematických prostredí. Riešenie spočíva v tom, že do kontextu gréckej matematiky preniesie problémy egyptskej matematiky. Matematická prostredia ako krokovanie, autobus, Dedo Lesoň⁴ a ďalšie vytvárajú kontexty, v rámci ktorých žiaci riešia problémy a objavujú poznatky, ktoré v našej symbolike (arabských číslach) zodpovedajú jednoduchým úlohám na počítanie. Namiesto toho, aby učiteľ tieto poznatky egyptskej matematiky vyučoval *egyptským spôsobom*, teda oznámil žiakom *algoritmus*, nechal, nech sa ho naučia *naspamäť* a následne ho *precvičoval* na sérii takmer identických úloh, celú situáciu prezentuje *gréckym spôsobom*

⁴ Popis jednotlivých matematických prostredí aj s vysvetlením ich didaktického významu môže čitateľ nájsť vo vynikajúcej knihe Milana Hejného *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně* (Hejný, 2014), menovite krokovanie na s. 16–19; autobus na s. 20–21 a Dedo Lesoň na s. 21–23.

ako *problém*, ktorého riešenie budú žiaci *objavovať* a spoločne *diskutovať*. Bohaté skúsenosti, ktoré má genetický konštruktivizmus s vyučovaním počtov pomocou matematických prostredí ukazuje, že aj elementárne počty a základné algebraické úpravy je možné vyučovať konštruktivisticky. Takže nie je nutné počty a algebraické úpravy úplne vynechať z kurikula ako to urobili autori NCTM kurikula. Stačí použiť spôsob vyučovania, ktorý žiakov baví, rozvíja a obohacuje. Jeho výsledkom sú adekvátne numerické a algebraické zručnosti.

Keď porovnáme NCTM kurikulum s genetickým konštruktivizmom, zistíme, že majú celý rad styčných bodov. NCTM kurikulum má s genetickým konštruktivizmom spoločné princípy 1, 2 a 4 (podľa klasifikácie v Kvasz, 2016), teda 1. *princíp epistemickej blízkosti* – NCTM kurikulum rovnako ako genetický konštruktivizmus predstavujú konštruktivistický prístup, pri ktorom je hlavný dôraz položený na to, aby žiaci matematiku samostatne objavovali; 2. *princíp ontologickej záväznosti* – NCTM kurikulum rovnako ako genetický konštruktivizmus kladú dôraz na realistický kontext úloh, ktoré žiaci riešia (oproti úlohám umelo skonštruovaným tak, aby to pekne vyšlo) a 4. *princíp sociálneho ukotvenia matematického poznania* – NCTM kurikulum tak, ako genetický konštruktivizmus, sa hlásia k forme sociálneho konštruktivismu, a kladú dôraz na to, aby žiaci matematiku objavovali spoločne, svoje riešenia navzájom konfrontovali a diskutovali. NCTM kurikulum však chýbajú princípy 3, 5 a 6, teda nepoužívajú matematické prostredia pri vyučovaní aritmetiky, zlomkov a algebry, ale toto učivo prezentujú v jeho štandardnej matematickej symbolike (kontra princíp 3); matematické poznatky nezasadzujú do kontextu ich historického vývinu ale spravidla sa uspokojujú s vyučovaním posledného vývinového štádia (kontra princíp 5) a nepoužívajú genetickú paralelu (kontra princíp 6).

Z didaktického hľadiska sú matematické prostredia, ako je krokovanie, autobus alebo Dedo Lesoň nástroje, ktoré umožňujú preniesť úlohy na počítanie či algebraické úpravy do kognitívneho sveta detí. Pre nás, dospelých, je počítanie so zlomkami súbor matematicky nezaujímavých algoritmov, ktorých výuku chcú zástancovia NCTM kurikula z matematiky vynechať, lebo nácvik týchto algoritmov žiakov nerozvíja a neobohacuje. Zástancovia tradičného vyučovania zas nácvik počtov majú sklon redukovať na pamäťové učenie a dril. V genetickom konštruktivizme sa zlomky (rovnako ako každá iná časť matematiky, ktorú chce vyučovať), najprv podrobia historickej analýze. Tá odhalí, že zlomky prešli neuveriteľne dlhým historickým vývojom

od egyptskej matematiky, ktorá poznala iba kmeňové zlomky (t. j. zlomky, ktorých čitateľ v našej symbolike je rovný 1 – t. j. tretina, štvrtina, pätina ...). Pri násobení zlomku číslom používali zložité tabuľky, pomocou ktorých prepísali výsledok opäť do tvaru súčtu rôznych kmeňových zlomkov. V gréckej matematike už mali niečo, čo pripomína zlomok (teda má dve komponenty, v našom chápaní čitateľa a menovateľa), ale tieto objekty nazývali pomery (teda nie tri pätiny, ale tri k piatim). Pomery sa od zlomkov líšia tým, že ich nie je možné sčítať a odčítať. Zlomky v našom zmysle boli zavedené v indickej a neskôr v arabskej matematike a k stotožneniu zlomkov s racionálnymi číslami došlo až v 16. storočí.

Už aj tento stručný výklad ukazuje, že k pojmu zlomku vedie dlhá cesta, obsahujúca viaceré konceptuálne transformácie. Preto z hľadiska princípu genetickej paralely nie je prekvapujúce, že žiakom robia zlomky značné problémy, rovnako, ako je jasné, že oboznámenie žiakov s pravidlami na počítanie so zlomkami nie je riešením.⁵ Podľa genetického konštruktivismu jednotlivé štádiá na ceste k modernému pojmu zlomku netreba preskakovať, ale práve naopak, je potrebné ich zabudovať do vyučovania. Genetický konštruktivizmus vidí problém tradičného prístupu k vyučovaniu zlomkov v tom, že prvé dve vývojové štádiá sa vynechajú a žiakom sa prezentuje až tretie štádium. Genetický konštruktivizmus, na rozdiel od NCTM kurikula, nechce zlomky z vyučovania vynechať, ale umožniť žiakom, aby samostatne objavili pravidlá práce so zlomkami. Preto výuku zlomkov začína veľmi skoro, ale spočiatku zavádza iba tie najjednoduchšie kmeňové zlomky ako polovica, tretina, štvrtina a šestina a žiaci objavujú jednoduché vzťahy medzi nimi. Neskôr v rôznych matematických prostrediach žiaci začnú pracovať s ďalšími zlomkami a vypracúvajú rôzne spôsoby ich zápisu. Teda princíp historického ukotvenia matematického poznania spája genetický konštruktivizmus s tradičným prístupom,⁶ pretože väčšina tém, ako sú zlomky, úpravy algebraických výrazov či riešenie rovníc sú historicky významné partie matematiky a ako také sú prirodzenou súčasťou kurikula. Ale na druhej strane genetický konštruktivizmus, práve preto, že je druhom konštruktivismu, sa snaží tieto témy

⁵ Zlomky tvoria jedno z kritických miest matematiky na základnej škole (vid' Rendl & Vondrová et al., 2013, s. 73–79).

⁶ Zástanci konštruktivismu často označujú prístup, ktorý v dobe vzniku konštruktivismu prevládal na školách ako transmisívny, teda ako prístup, pri ktorom sa hotové poznanie prenáša na žiakov. Je to pomerne pejoratívne označenie, preto budeme radšej hovoriť o tradičnom prístupe, teda prístupe založenom na tom, že učiteľ predvedie riešenie určitej úlohy a žiaci ho následne nacvičujú na súbore štandardných úloh.

prezentovať tak, aby ich žiaci mohli samostatne objavovať. Robí to pomocou didaktického nástroja, ktorý sa nazýva matematické prostredia.

Podobná je aj situácia s riešením algebraických rovníc. Tu tradičné vyučovanie začína *zavedením symboliky* pochádzajúcej zo 17. storočia a *nácviku jej použitia* pri riešení rovníc. Historická rekonštrukcia však ukazuje dlhé obdobie *rétorickej algebry*, kedy sa algebraické rovnice riešili bez použitia symboliky, výlučne prostriedkami bežného jazyka. Toto obdobie trvalo od 8. do 15. storočia, teda sedemsto rokov. V 15. storočí začalo obdobie tzv. *synkopickej algebry*, ktoré trvalo zhruba dve storočia, až do polovice 17. storočia, kedy sa sformovala symbolická algebra v tej forme, ako ju dnes vyučujeme. Didaktické ťažkosti s vyučovaním algebraických rovníc sú podobné didaktickým ťažkostiam s vyučovaním počítania so zlomkami. V oboch prípadoch súvisia s vynechaním prvých dvoch historických štádií a so začatím vyučovania až od *zavedenia našej dnešnej symboliky* (zápisu zlomkov resp. algebraických rovníc). Genetický konštruktivizmus ponúka riešenie týchto problémov, ktoré spočíva v začlenení prvých dvoch etáp vývinu algebry do kurikula prostredníctvom matematických prostredí, ktoré umožňujú žiakom objavovať postupy riešenia algebraických rovníc resp. pravidlá počítania so zlomkami bez toho, aby používali dnešnú symboliku. Takže podľa genetického konštruktivizmu skutočná didaktika začína vtedy, keď pochopíme, že postupy práce so zlomkami či riešenia algebraických rovníc, ktoré sa starí Egypťania učili naspamäť, je možné zaviesť tak, aby ich žiaci mohli objavovať, a vďaka tomu pochopiť.

Z pohľadu genetického konštruktivizmu majú zástancovia tradičného prístupu pravdu v tom, že počítanie so zlomkami rovnako ako postupy riešenia algebraických rovníc je treba vyučovať, lebo sú dôležitou súčasťou matematickej tradície. Ale zástancovia tradičného prístupu sa mýlili, keď si mysleli, že tieto tematické celky je treba učiť tak, ako boli vyučované v starom Egypte a Babylone, teda pamäťovým učením a následným drilom. Genetický konštruktivizmus sa snaží tieto tradičné tematické celky zabudovať do konštruktivistického rámca vyučovania matematiky pomocou matematických prostredí. Teda algoritmickú matematiku zabudováva do heuristického štýlu vyučovania. Dá sa povedať, že zástancovia NCTM kurikula v mene gréckeho (t. j. objaviteľského a dialogického) štýlu vyučovania egyptskú matematiku úplne odmietajú ako bezduchý dril, kým genetický konštruktivizmus sa usiluje egyptskú matematiku vyučovať gréckym spôsobom.

3 Pojem duševného orgánu u Noama Chomského a Víta Hejného

Jedným z hlavných problémov, ktorý bráni prijatiu teoretického rámca na ktorom je založený genetický konštruktivizmus, je pojem *duševného orgánu*. Vít Hejný tento pojem predložil v publikácii *Školiace materiály TMM* (Hejný & Hejný, 1977, in Bachratý et al., 2012). Tam navrhol rozlíšiť niekoľko duševných orgánov, ako komunikačný orgán, orgán vzťahovo-abstrakčnej činnosti (VAČ), societny orgán, erotický orgán a strategický orgán. Skutočnosť, že túto zásadnú inováciu predložil v publikácii vydanej Krajským pedagogickým ústavom v Banskej Bystrici v náklade 100 kusov, a krátko na to zomrel, asi spôsobila, že táto inovácia nezískala pozornosť odbornej verejnosti. Odborníci, ak sa s ňou vôbec mohli stretnúť, ju vnímali ako naivné konštrukty stredoškolského učiteľa matematiky, vytvorené bez kontaktu so svetovými trendmi.

O to viac autora tejto state prekvapilo, keď náhodou narazil na pojem *mental organ* v článku *Rules and Representations* (Chomsky, 1980b) popredného svetového lingvistu Noama Chomského. Chomského dielom som sa začal zaoberať po tom, ako som v stati (Kvasz, 2016) uviedol niekoľko argumentov proti používaniu pojmu kompetencie pri teoretickej reflexii vyučovania matematiky. Zdalo sa mi, že pojmu kompetencie chýba teoretické ukotvenie a pre potreby didaktiky matematiky je nevhodný. Podozrenie, že pojem kompetencií nie je výsledkom empirického výskumu a teoretických analýz našlo oporu v *Pedagogickej encyklopédii* kde sa píše: „Publikace o kompetencích sice existují, ale většinou jde o prakticky zaměřené příručky, zejména návody pro rozvoj kompetencí u dětí, určené rodičům, učitelkám MŠ apod. ... Chybí zejména pedagogicko-psychologické výzkumy objasňující, jaké jsou vůbec možnosti žáků určitého věku osvojovat si určité kompetence, jaké jsou kognitivní dispozice žáků pro získávání všech kompetencí předepisovaných ve vzdělávacích programech apod. (Průcha, 2009, s. 243).

Pri výklade pôvodu pojmu kompetencie autor hesla *Kompetence/klíčové kompetence ve školním vzdělávání*, Jan Průcha, explicitne odkazuje na Noama Chomského: „Pojem „kompetence“ zavedl do vědeckého diskurzu lingvista Noam Chomsky v šedesátých letech minulého století v rámci teorie transformační generativní gramatiky. Definoval kompetenci jakožto mentální schopnost rodilého mluvčího vytvářet na základě znalosti gramatických pravidel nekonečné množství vět příslušného jazyka, resp. na základě této

znalosti tyto věty přijímat od jiných mluvčích a interpretovat je. Tento přístup, v němž je kompetence chápána jako předpoklad pro nějakou reálnou činnost nebo výkon, se ukázal užitečný i pro pedagogiku“ (Průcha, 2009, s. 242). Autor však neuviedol prácu, v ktorej Chomsky pojem kompetencie zaviedol (išlo o knihu *Aspects of the Theory of Syntax*; Chomsky, 1965) a tak som sa pustil do štúdia Chomského diela a narazil som na článok *Rules and Representations*, ktorý je zhrnutím argumentov rozpracovaných v rovnomennej knihe (Chomsky, 1980a).

Chomského pojem kompetencie zavedený roku 1965, ktorý sa zdá byť neprenosný z didaktiky materského jazyka do didaktiky matematiky, slávi v pedagogike všeobecný úspech. Naproti tomu pojem *mental organ*, zavedený v roku 1980, ktorý je optimálnym základom pre analýzu problémov v didaktike matematiky, sa v pedagogike nepresadil. Každopádne existencia textu (Chomsky, 1980a) ukazuje, že Vít Hejný nebol psychológ amatér, izolovaný od svetového diania. Priam naopak, bol nezávislým objaviteľom prístupu, ktorý o niekoľko rokov neskôr objavil významný americký lingvista, profesor na Massachusetts Institute of Technology (MIT).

Preto stručne predstavíme Chomského prácu, publikovanú v prestížnom americkom časopise *The Behavioral and Brain Sciences*, kde vyšla spolu s diskusiou, v ktorej vystúpili osobnosti svetového významu ako Daniel Dennett, George Lakoff, John Searle, Elliott Sober a mnoho ďalších. Potom predstavíme časti práce (Hejný & Hejný, 1977, in Bachratý et al., 2012) týkajúce sa zavedenia pojmu duševného orgánu. Zdá sa, že na rozdiel od Chomského koncepcie, Hejného teória duševných orgánov dodnes nebola predmetom odbornej diskusie. V tretej časti sa pokúsime ukázať, že Chomského pojem *mental organ* a Hejného pojem *duševného orgánu* sú ekvivalentné. Oba pojmy sa zakladajú na analógii s telesnými orgánmi, zrodili sa v kontexte popisu učenia sa zložitej štruktúry (jazyka či matematiky), ich cieľom je zachytiť zmeny trvajúce viaceré roky, a nie zmeny krátkodobého charakteru, pričom tieto zmeny majú skôr povahu dozrievania komplexnej mentálnej štruktúry než nácviku konkrétnej schopnosti.

3.1 Pojem *mental organ* u Noama Chomského

V abstrakte článku (Chomsky, 1980b) autor píše, že jeho cieľom je priblížiť štúdium ľudskej inteligencie a jej produktov prírodným vedám pomocou skúmania kognitívnych štruktúr, chápaných ako systémov pravidiel

a reprezentácií, ktoré možno chápať ako duševné orgány (*mental organs*).⁷ Tieto mentálne štruktúry slúžia ako nástroj pre uskutočňovanie rôznych schopností (vehicles for the execution of various capacities). Rozvíjajú sa v myslí na základe vrodeného základu (*endowment*), ktorý umožňuje rast bohatej a vysoko artikulovanej štruktúry po vnútorne určenej dráhe pod vplyvom spúšťacieho a čiastočne formujúceho vplyvu skúsenosti, ktorá fixuje parametre v zložitom systéme predom určenej formy. Sú uvedené argumenty, že myseľ je svojou povahou modulárna s rôznorodými kognitívnymi štruktúrami, z ktorých každá má špecifické vlastnosti a princípy. Znalosť jazyka, správania sa predmetov a mnohého ďalšieho podstatnou mierou závisí na týchto mentálnych štruktúrach, a preto ju nemožno charakterizovať pomocou schopností, dispozícií alebo praktických zručností (Chomsky, 1980b, s. 1).

Chomsky zavádza pojem duševného orgánu a princíp modularity mysle, lebo je presvedčený, že osvojovanie si jazyka má podobu dozrievania určitej štruktúry. „Moje osobné podozrenie je, že ústrednú časť toho, čo nazývame „učením sa“ možno v skutočnosti lepšie pochopiť ako rast kognitívnych štruktúr pozdĺž vnútorne usmerňovaného kurzu pod spúšťacím a čiastočne formujúcim účinkom prostredia“ (Chomsky, 1980b, s. 2). Pri charakterizácii procesu osvojovania si jazyka ako dozrievania kognitívnej štruktúry Chomsky vedome využíva analógiu s telesnými orgánmi. „Keď sa vrátíme k analógii s fyzickým telom, považujeme za vopred dané, že organizmus sa neučí to, aby mu narástli ruky alebo aby dosiahol pubertu – aby sme uviedli príklad geneticky určeného dozrievania, ktoré nastáva dlho po narodení. ... Ako sa biologický plán uskutočňuje, dozrieva systém vzájomne interagujúcich orgánov a štruktúr – srdce, vizuálny systém a tak ďalej, každý so svojou špecifickou štruktúrou a funkciou, interagujúc do veľkej miery predurčeným spôsobom“ (Chomsky, 1980b, s. 2). Keby sme navrhli, že sme vyučovali prechod pubertou, alebo že sme sa naučili mať ruky radšej než krídla, nikto by nebral takýto návrh vážne (Chomsky, 1980b, s. 3). Zdá sa, že Chomsky tu naznačuje, že pri popise kognitívneho vývoja sa často riadime práve takýmito predstavami. Aby sme sa takémuto postupu vyhli, musíme si uvedomiť zásadnú paralelu vývoja tela a mysle.

⁷ Chomského termín *mental organ* budem prekladať pomocou termínu *duševný orgán* Víta Hejného, aby sa zbytočne nezmnožovala terminológia.

„Ked' sa obrátíme k mysli a jej produktom, situácia nie je zásadne odlišná od toho, čo nachádzame v prípade tela. Aj tu nachádzame štruktúry značnej zložitosti, rozvíjajúce sa rovnako (*uniformly*), ďaleko presahujúc obmedzené faktory prostredia, ktoré spúšťajú a čiastočne formujú ich rast. Jazyk je tu hlavným príkladom, avšak nie jediným. Predstavme si napríklad schopnosť zvládať číselný systém, spoločný ľuďom ... Schopnosť zvládať číselný systém alebo abstraktné vlastnosti priestoru určite nie je naučená vo svojich základoch, ... Môžeme efektívne myslieť o schopnosti počítať (*number faculty*) a iných ako o „duševných orgánoch“ analogických k srdcu, zrakovému systému alebo systému koordinácie a plánovania pohybu (Chomsky, 1980b, s. 3). Na ďalších stranách, po tom, ako zaviedol celkový teoretický rámec, sa už Chomsky venuje teórii jazyka, odlíšeniu jeho gramatickej a sémantickej štruktúry. K problematike duševných orgánov sa už nevracia.

3.2 Pojem duševného orgánu u Víta Hejného

Vít Hejný zavádza pojem duševného orgánu nasledovne:

Ľudské konanie nejestvuje inak, iba vo forme činností, či reťaze činností. ... Každá z uvedených činností je dáko psychikou administrovaná. Centrum poverené touto administráciou nazveme *duševným orgánom*. Tak budeme hovoriť o duševnom orgáne pracovnom, študijnom, komunikačnom a ďalších. Nakoľko pojem duševného orgánu zapríčiňuje nedorozumenia, považujeme za dôležité venovať jeho objasneniu väčšiu pozornosť. Použijeme metódu paralely. Psychickú štruktúru pripodobníme ku štruktúre somatickej. ...

Ľudské telo sa prejavuje somatickým pohybom, ktorý je mnohotvárnny a uskutočňujú ho jednotlivé *somatické orgány* či súbory orgánov. Každý orgán sa prejavuje svojou funkciou: tá je buď vykonávaná dobre – vtedy hovoríme o zdravom, čiže *fyzilogickom orgáne*, alebo chybné – vtedy hovoríme o chorom, čiže *patologickom orgáne*. Proces odhaľovania patologických javov a ich príčin voláme *diagnostikou*, proces odstraňovania patologických deformít voláme liečením či *terapiou*.

Analogicky k somatike, aj psychika sa prejavuje duševným pohybom, ktorý je mnohotvárnny a ktorý zaisťujú jednotlivé *duševné orgány*, či ich súbory. Duševný orgán, ktorý si svoju funkciu vykonáva dobre, nazveme zdravým či *psychofyzilogickým*, v opačnom prípade hovoríme o chorom či *psychopatologickom* duševnom orgáne. Odhaľovanie psychopatologických javov a ich príčin voláme *psychodiagnostikou*, odstraňovanie týchto deformít voláme *psychoterapiou*. V ďalšom texte budeme predponu „psycho“ vynechávať. (Hejný & Hejný, 1977, s. 42, in Bachratý et al., 2012, zvýraznenie v origináli)

„Potreba termínu duševný orgán je vyvolaná požiadavkami pedagogickej praxe. ... Pomocou tohto pojmu myšlienku i) „*žiacka Elena je hádavá*“ môžeme vyjadriť slovami ii) „*komunikčný orgán žiačky Eleny je chorý*“. ... Formulácia i) vo mne, ako učiteľovi, navodí klímu „*však počkaj, však ja ti dám hádanie!*“ Formulácia ii) je motívom, ktorý v učiteľovi, vyvolá duševný pohyb orientovaný k cieľu: zistiť príčinu hádavosti a nájsť spôsob liečby komunikačného orgánu. Podobne nám nová terminológia pomôže v boji s osudovými „*bunkami na matematiku*“, lebo tieto nahradíme duševným orgánom VAČ (vzťahovo-abstraktnej činnosti). Namiesto lenivosti budeme hovoriť o chorobe strategického orgánu a pod.“ (Hejný & Hejný, 1977, s. 42, in Bachratý et al., 2012, dôraz LK). Ako z hľadiska vyučovania najdôležitejšie orgány zavádza Vít Hejný orgán vzťahovo abstrakčnej činnosti a strategický orgán, ktorému venuje celú kapitolu. Ako ďalšie orgány možno uviesť sociálny orgán alebo komunikačný orgán. Je teda jasné, že aj podľa Víta Hejného má ľudská myseľ modulárny charakter.

3.3 Porovnanie oboch prístupov

Ako vidno z predchádzajúcich dvoch častí, medzi oboma koncepciami existuje zásadná zhoda, ktorá umožňuje tvrdiť, že ide o jeden a ten istý pojem, objavený nezávisle od seba dvoma autormi. Existujú aj zaujímavé rozdiely, ktoré sú prejavom odlišných kontextov, v ktorých obaja autori k zavedeniu pojmu duševného orgánu dospeli.

Analógie možno zhrnúť do piatich bodov: 1. Obaja autori zavádzajú pojem duševného orgánu kvôli porozumeniu procesu učenia sa. 2. Obaja autori zdôrazňujú paralelu s telesnými orgánmi. 3. Obaja autori zastávajú princíp modularity mysle a zavádzajú viacero duševných orgánov. 4. Obaja autori navrhujú chápať učenie sa komplexných štruktúr ako proces zrenia. 5. Obaja autori chápu matematiku ako predmet ktorého učenia zodpovedá špecifický orgán. Medzi oboma autormi však existujú aj zaujímavé rozdiely, dané oblasťou, z ktorej vyšli.

Chomsky ako lingvista pri objasňovaní paralely duševných a telesných orgánov kladie dôraz na biologickú, geneticky determinovanú trajektóriu vývinu orgánu a prirovnáva rast duševného orgánu k rastu ruky (na rozdiel od krídla). Podľa Chomského totiž aj jazyk má bohatú geneticky kódovanú, vrodenú štruktúru hlbinej gramatiky. Vít Hejný ako pedagóg, pri paralele duševných a telesných orgánov uvádza príklad medicíny, takže z biológie prenáša nielen otázku rastu orgánu, ale aj diagnostiku jeho deformácií a ich terapiu.

Druhý rozdiel sa týka chápania modularity. Chomsky pojem duševného orgánu zavádza na vysvetlenie učenia sa komplexných štruktúr ako je jazyk, číselný systém alebo geometria (abstraktné vlastnosti priestoru). Teda duševné orgány sú pre Chomského výnimočné. Naproti tomu Vít Hejný prakticky každej opakovanej duševnej činnosti priradzuje zodpovedajúci orgán. Preto možno povedať, že zavádza *silnú modularitu mysle*, ktorá pripomína oblasť telesných orgánov, kde tiež prakticky každý rozumne vyčlenený kus tela (kosti, koža, ruka, oko, ...) možno interpretovať ako orgán. Skoro neexistuje telesný pochod, ktorý by nebol administrovaný nejakým orgánom.

Tretí rozdiel sa týka miery genetického riadenia rastu orgánu. Chomského príklad puberty, ktorú sa dieťa neučí, ale ňou prechádza, je ilustráciou genetického riadenia procesov rastu a zrenia orgánov. Vít Hejný tento fakt nespochybňuje, ale na rozdiel od Chomského ani príliš nezdôrazňuje genetickú podmienenosť rastu orgánov. Je to preto, lebo vo svojej učiteľskej praxi musel bojovať proti predsudku geneticky daného talentu na matematiku. Údajným nedostatkom tohto talentu u detí mnoho učiteľov ospravedlňuje svoje zlyhanie pri vyučovaní matematiky. Ale aj v tomto bode je rozdiel medzi Chomským a Hejným otázkou rozdielneho dôrazu. Ani podľa Chomského geneticky nie je riadený obsah duševných procesov, ale len spúšťanie jednotlivých procesov a modelovanie celkovej trajektórie. Asi by sa obaja autori zhodli, že matematiku je možné naučiť takmer každého žiaka, ak pritom zohľadňujeme zákonitosti rastu duševného orgánu. To, že celkový smer rozvoja tohto orgánu, ktorý Vít Hejný nazýva orgánom vzťahovo abstrakčnej činnosti, je geneticky určený (ako zdôrazňuje Chomsky) nič nemení na skutočnosti, že u každého dieťaťa je ho možné rozvinúť do dostatočnej miery, aby dieťa zvládlo problémy školskej matematiky.

Ako štvrtý rozdiel možno uviesť to, že kým Vít Hejný zavádza pre celú matematiku, teda ako aritmetiku, tak aj geometriu, jediný duševný orgán, Chomsky zavádza odlišné orgány pre aritmetiku (číselný systém) a geometriu (abstraktné vlastnosti priestoru). Ale tento rozdiel nie je vážny, lebo Chomsky sa vyučovaním matematiky nezaoberal, a keby tak učinil, asi by objavil potrebu prepojiť aritmetické a geometrické myslenie do spoločného systému, ktorému zodpovedá jeden orgán. Tieto, celkom zaujímavé rozdiely, len zvyrazňujú, že u oboch autorov ide v zásade o ten istý pojem.

4 Kognitívne vedy ako spojenec genetického konštruktivismu

V článku *Princípy genetického konštruktivismu* (Kvasz, 2016) sme uviedli niekoľko argumentov proti používaniu kompetencií v didaktike matematiky. Zdá sa, že prepojenie genetického konštruktivismu s kognitívnymi vedami a predovšetkým s dielom Chomského umožňuje tento problém objasniť. Oba pojmy, ako pojem kompetencie, ktorý sme z pozícií genetického konštruktivismu odmietli, tak aj pojem duševného orgánu, ktorý tvorí teoretické základy genetického konštruktivismu, zaviedol ten istý autor. Prvý z nich v knihe *Aspects of the Theory of Syntax* (1965), druhý v knihe *Rules and Representations* (Chomsky, 1980a). Pätnásťročný časový odstup medzi obojoma pojmami naznačuje, že nie sú súčasťou jednej teoretickej konštrukcie, ale že druhý z nich je určitým prehĺbením toho prvého. To naznačuje aj Stefano Versace v knihe *Chomsky, Jazyk, znalosti a svoboda*, ktorý v Chomského diele rozlišuje tri fázy (pozri Versace, 2023, s. 93–99). Prvú z nich kladie do 50. a 60. rokov a charakterizuje ju používaním formálnych modelov prevzatých z informatiky, logiky a matematiky. Do tejto fázy spadá napísanie knihy *Aspects of the Theory of Syntax* a zavedenie pojmu kompetencie. Druhá fáza Chomského diela zahŕňa 70. a 80. roky a Versace ju charakterizuje tým, že modely vychádzajúce z informatiky strácajú na význame a rozvíja sa perspektíva inšpirovaná biológiou. Do tejto druhej fázy spadá kniha *Rules and Representations* a zavedenie pojmu duševného orgánu.

Ak je tento pohľad na Chomského dielo oprávnený, je možné pojem duševného orgánu pripísať hlbšej interpretačnej vrstve než pojem kompetencií. Ako sme napísali už roku 2016, vhodnosť pojmu kompetencie pre popis učenia sa jazyka nechceme nijako spochybňovať. Jazyk je štruktúra, ktorá je do veľkej miery geneticky ukotvená, dieťa si ju osvojuje spontánne a dosť rýchlo dosiahne úroveň, ktorú možno charakterizovať pojmom kompetencie. Z toho, že existujú kultúry, ktoré nepoznajú matematiku (chápanú ako axiomaticko-deduktívnu náuku) možno usúdiť, že matematika je geneticky ukotvená v podstatne menšej miere než jazyk, dieťa si ju neosvojuje spontánne, a nie je v nej možné dosiahnuť úroveň, ktorú by bolo možné označiť ako matematickú kompetenciu (teda schopnosť bezprostredne porozumieť ľubovoľnému matematickému textu, ktorý v súčasnosti používa niektorá matematická disciplína na komunikovanie svojich výsledkov).

5 Záver

Cieľom článku bolo ukázať, že ako v oblasti praktickej, tak aj v oblasti čisto teoretickej je možné ku genetickému konštruktivismu nájsť významné paralely. Najvýznamnejšou paralelou v praktickej oblasti je reforma vyučovania matematiky organizovaná americkým *National Council of Teachers of Mathematics*. Naproti tomu v teoretickej oblasti asi najvýznamnejšou paralelou bolo Chomského zavedenie pojmu „mental organ“. Nezávislé objavy toho istého pojmu alebo teórie dnes už nepôsobia prekvapujúco. Ako píše historik matematiky Michael Crowe, viacnásobné nezávislé objavy nie sú výnimkou, ale pravidlom (Crowe, 1975, in Gillies, 1992). Zdá sa, že pojem duševného orgánu zaviedli Noah Chomsky a Vít Hejný nezávisle na sebe. Preto pojem duševného orgánu netreba obchádzať mlčaním a genetický konštruktivizmus je možné rozvíjať nielen ako praktický prístup k vyučovaniu matematiky, ale aj ako teoretický prístup založený na pojme duševného orgánu. Možno pri hľadaní spolupráce sa genetický konštruktivizmus nemusí snažiť dobíjať do dverí psychológie, ktoré ostávajú desiatky rokov uzamknuté, ale radšej sa môže obrátiť ku kognitívnym vedám.

Literatúra

- Bachratý, H., et. al. (Eds.). (2012). *Archív Víta Hejného I*. EDIS.
- Ernest, P. (1997). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. SUNY Press.
- Fodor, J. (1983). *The modularity of mind: An essay on faculty psychology*. The MIT Press.
- Furinghetti, F., & Menghini, M. (2023). The Royaumont Seminar as a booster of communication and internationalization in the world of mathematics education. In D. De Bock (Ed.), *Modern mathematics: An international movement?* (s. 55–78). Springer.
- Gillies, D. (1992). *Revolutions in mathematics*. Clarendon Press.
- Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.
- Chomsky, N. (1965). *Aspects of the theory of syntax*. The MIT Press.
- Chomsky, N. (1980a). *Rules and representations*. Columbia University Press.
- Chomsky, N. (1980b). Rules and representations. *The behavioral and brain sciences*, 3, 1–61.
- Kvasz, L. (2016). Princípy genetického konštruktivismu. *Orbis Scholae*, 10(2), 15–45.
- Latterell, C. (2005). *Math wars, A guide for parents and teachers*. Praeger Publishers.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates. Český preklad J. Rákosník: *Znát a učit elementární matematiku*. Academia, 2021.
- Piaget, J., Beth, E. W., Dieudonné, J., Lichnerowicz, A., Choquet, G., & Gattegno, C. (1955). *L'enseignement des mathématiques*. Delachaux et Niestlé.
- Průcha, J. (2009). Kompetence / klíčové kompetence ve školním vzdělávání. In J. Průcha (Ed.), *Pedagogická encyklopedie* (s. 242–246). Portál.

- Rendl, M. (2008). O konstruktivismu ve vyučování matematiky. *Pedagogika* 58(2), 167–203.
- Rendl, M., & Štech, S. (2012). Should learning (mathematics) at school aim at knowledge or at competences?. *Orbis Scholae* 6(2), 23–39.
- Rendl, M., Vondrová, N., et al. (2013). *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.
- Šedivý, J. (1969). *O modernizaci školské matematiky*. Státní pedagogické nakladatelství.
- Versace, S. (2023). *Chomsky. Jazyk, znalosti a svoboda*. Emse Publishing.

Autor

Prof. RNDr. Ladislav Kvasz, DSc., Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky a didaktiky matematiky, M. Rettigové 4, 116 39 Praha, e-mail: ladislav.kvasz@pedf.cuni.cz

Genetic constructivism and its allies

Abstract: In the context of curriculum reforms in the Czech Republic, genetic constructivism appears to be a marginal initiative of a group of enthusiasts. The aim of the present paper is to show that such an impression is inaccurate and arises due to the historically created limitation of the horizon on which genetic constructivism is considered. When we look at curriculum reforms in the broader context of reforms in mathematics education in Western Europe and the USA over the last fifty years, we find that genetic constructivism is in line with the mainstream of these reforms and in some areas may offer solutions to problems that reform efforts in the West have struggled with to no avail. Similarly, when we situate genetic constructivism within the broader theoretical framework of cognitive science, we find that it is consistent with the current trends in the field. The aim of the present paper is to outline the context within which genetic constructivism can be seen as a part of mainstream reform efforts in the didactics of mathematics. We believe that placing genetic constructivism in this broader context will help to overcome the animosity with which it is confronted in some quarters.

Keywords: Didactics of mathematics; genetic constructivism; New Math; cognitive science