

# Výzkum

## Problémy výuky exaktních předmětů

Jiří Rybička

Svět není souhrnem abstrakcí vědeckých ani skladištěm jednotlivin, ale soustavou věcí, která poznána chce být i ve své celistvosti.

*T. G. Masaryk  
Základové konkrétní logiky*

Člověk je obdařen v přírodě mimořádnou schopností tvůrčí logické úvahy. Jako každá lidská vlastnost však i tato potřebuje jisté podněty k tomu, aby se rozvíjela a aby nebyla oslabována.

Nezastupitelnou úlohou výchovně vzdělávací soustavy je tedy bezesporu vytváření podnětů pro rozvoj logického myšlení edukantů, které je (má být) především součástí předmětů s exaktním základem — zejména matematiky a fyziky. I z tohoto důvodu například již dlouho není sporu o tom, že by se měla matematika vyučovat na všech stupních škol. Již v roce 1965 ve zprávě OECD s názvem „Matematické vzdělání inženýrů“ a také o 25 let později v materiálu [1] sestaveném týmem předních evropských odborníků je doslova řečeno: „Matematika představuje prostředek výchovy k racionálnímu myšlení. ... Rozvíjí představivost a tvořivost studentů v jejich vlastním myšlení.“

Vedou však učitelé tzv. exaktních předmětů vždy výuku tak, aby především vybavovala žáky schopností přemýšlet a interpretovat pozorované jevy?

Bohužel je třeba konstatovat, že podle výsledků některých namátkových šetření tomu tak zdaleka není a situace v tomto směru je vážná, ne-li přímo kritická. Připomeňme například velmi pečlivě připravený namátkový test ústředního školního inspektora na náhodně vybraných základních školách, o němž byla kompletní zpráva publikována též v *Pedagogické orientaci* — [2]. Dozvídáme se tam, že největší úspěšnost měly otázky, které vyžadují především paměťové schopnosti (funkce červených krvinek a definice fotosyntézy). Zato úlohy pro výpočet rabatu, kalkulaci ceny žárovky a podobně, vyžadující alespoň elementární logickou úvahu a použití jednoduchých mate-

matických vztahů, byly kamenem úrazu. Ale co je nejvíc zarážející a zároveň alarmující — byly kamenem úrazu *i pro učitele!*

Přirozeným důsledkem tohoto stavu ve výuce na základních školách je pak úroveň výuky na gymnáziích a vysokých školách. Případ, kdy se na vysoké škole objeví student s potížemi aplikace výpočtu trojčlenky, bohužel není ojedinělý. Předměty s exaktním základem jsou již dlouhá léta hrozbou, vytvářející ve vysokém procentu žáků a studentů těžko překonatelné psychické bariéry (typu „to se nikdy nenaučím!“ , „to nikdy nepochopím!“), které se promítají do celého jejich dalšího života. Jak bylo dokumentováno výzkumem v [3], dochází k poklesu motivace pro výběr volitelné hodiny fyziky; tyto negativní tendence postihují jak sociální motivy (výsměch pracovitým a talentovaným studentům, přesvědčení o nepotřebnosti předmětu), tak i výkonové (nezájem o dobré výsledky) a poznávací (absence kladných pocitů při poznávání).

Ve snaze zmapovat znalosti studentů pro účely výuky exaktních předmětů byl v roce 1993 proveden u nastupujícího 1. ročníku provozně ekonomické fakulty Vysoké školy zemědělské na oboru manažersko-ekonomickém neanonymní úvodní test, který obsahoval kromě orientačních identifikačních informací také dvě úlohy z matematiky a dvě z fyziky základní a částečně též střední školy. Na tento test nebyli studenti dopředu upozorněni. Testové otázky byly vypracovány v osmi variantách, které byly střídány tak, aby nedocházelo k předčasnému přenosu informací mezi studenty jednotlivých studijních skupin. Studenti byli také upozorněni, že výsledky testu nebudou započítávány do hodnocení předmětu.

Cílem testu bylo zjištění vnitřních podmínek výuky v předmětu Výpočetní systémy a algoritmizace, v němž je kladen důraz zejména na schopnost abstrakce a tvůrčí logické úvahy.

## Struktura testů

1. identifikační údaje (jméno, příjmení, studijní skupina, druh absolvované střední školy, dotaz na práci, kterou chce respondent vykonávat po skončení vysoké školy, dotaz na druh výpočetní techniky, s níž se respondent již setkal);
2. dvě otázky z matematiky;
3. dvě otázky z fyziky.

V testech se střídaly v různých kombinacích tyto otázky:

### *Matematika*

1. Doplňte řadu o chybějící člen: B C E H L ...

2. Doplňte řadu o chybějící člen: 3968 63 8 3 ...
3. Doplňte řadu o chybějící člen: 1 2 3 5 8 ...
4. Doplňte řadu o chybějící člen: Y W X V W ...
5. Doplňte řadu o chybějící člen: 1 0 -1 0 ...
6. Doplňte řadu o chybějící člen: 25 23 24 22 23 ...
7. Doplňte řadu o chybějící člen: C E A C ...
8. Vypočtete hodnotu  $x$  z rovnice  $4 \cdot (2^x - 64) = 0$
9. Zjistěte součet všech členů nekonečné posloupnosti  $2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \dots$
10. Napište tři tvary komplexních čísel.
11. Zjistěte, zda vektory  $v_1 = (1, 3, 5, 7, 9)$  a  $v_2 = (2, 30/5, (17 + 3)/2, 28/2, (17 \times 3)/2)$  jsou lineárně závislé.
12. Jakou daň zaplatí vkladatel, který si uložil na půl roku částku 20000,- Kč s ročním úrokem 20 %, jestliže daň činí 15 % úroku?
13. Jaký zisk bude mít vkladatel, který si uložil na půl roku částku 200 000,- Kč s ročním úrokem 14 %, jestliže daň činí 15 % úroku?
14. Je-li inflace 10 % ročně, roční úroková sazba 14 % a daň z úroků 25 %, jakou reálnou hodnotu získá vkladatel uložením peněz?

### Fyzika

1. Jakou silou je potřeba táhnout vozík rovnoměrným pohybem po nakloněné rovině o spádu 15 %, je-li hmotnost vozíku 100 kg? (řešte obecně, bez tření)
2. Výpočet napětí na rezistoru ve stejnosměrném obvodu se zdrojem a dvěma dalšími rezistory v sérii (součástí zadání je schéma obvodu).
3. Kolik 220 V žárovek o odporu  $1 \text{ k}\Omega$  lze připojit do okruhu jističe 10 A?
4. Vysvětlete podstatu Torricelliho pokusu.
5. Válcovým potrubím o světlosti  $d$  teče voda. O kolik procent se zvýší rychlost proudění vody v místě, kde světlost potrubí klesá o 50 %?
6. Jakou silou je potřebné táhnout vodorovnou zátku u dna nádoby s vodou, je-li známa třecí síla a hloubka pod hladinou?
7. Jakou rychlostí se šíří zvuk ve vakuu?
8. Jakou rychlostí se šíří elektrický signál ve vodiči?
9. Popište rovnováhu sil na jednoduchém stroji „kolo na hřídeli“.
10. Co je to polovodič?
11. Kolik litrů vody  $20^\circ\text{C}$  teplé musíme přilít do jednoho litru vřící vody, abychom dostali vodu o teplotě  $50^\circ\text{C}$ ?
12. V řídicím středisku kosmických letů NASA byla zjištěna odchylka dráhy družice vzdálené 3 milióny kilometrů od Země a letící přesně druhou kosmickou rychlostí. Kolik kilometrů družice uletěla od okamžiku vyslání do okamžiku přijetí korekčního signálu ze Země?
13. Jakou rychlostí dopadne na zem kámen padající z výšky 10 m?
14. Ocelové lano má pevnost v tahu  $\sigma$  [ $\text{N/m}^2$ ] a hmotnost  $m$  [kg] na 1 metr délky. Jak dlouhé takové lano se při zavěšení vlastní tíhou přetrhne?
15. Nádoba je naplněna vodou, výška hladiny je  $h$ . Uprostřed hloubky vody je držena silou o velikosti  $F_1$  kovová kulička. Ponoříme-li kuličku těsně ke dnu (bez doteku), je držena silou o velikosti  $F_2$ . Jak se liší  $F_1$  a  $F_2$ ?

Při hodnocení testů byly otázky ohodnoceny podle jedním až dvěma body. Úspěšnost odpovědí je tedy dána procentem dosažených bodů vzhledem k počtu možných bodů. V tomto místě sice byla do získaných výsledků vnesena jistá míra subjektivit (hodnocení je příliš hrubé, u dvoubodové otázky byl udělován jeden bod za částečnou odpověď, což je subjektivní). Celkové výsledky (resp. procenta úspěšnosti) jsou však odpovídající. Základní informace o těchto výsledcích jsou uvedeny v tab. 1.

Tabulka 1: Dosažené výsledky

Matematika			Fyzika		
Úloha číslo	Úspěch [%]	Počet výskytů	Úloha číslo	Úspěch [%]	Počet výskytů
1.	52	21	1.	00	40
2.	47	19	2.	08	19
3.	78	32	3.	22	18
4.	72	29	4.	03	32
5.	70	30	5.	30	29
6.	86	21	6.	04	30
7.	61	18	7.	11	19
8.	76	21	8.	05	21
9.	43	28	9.	08	32
10.	53	32	10.	41	28
11.	83	18	11.	10	30
12.	59	29	12.	05	29
13.	71	21	13.	05	21
14.	47	30	14.	06	18
			15.	24	21

V tab. 2 jsou jednotlivé úlohy seřazeny podle úspěšnosti řešení.

Z prezentovaných výsledků úspěšnosti jednotlivých úloh lze vysledovat některé skutečnosti:

- Všechny úlohy z matematické části měly větší úspěšnost než jakákoliv úloha části fyzikální.
- Nejsnadnější úlohou z matematiky bylo doplnění číselné řady (ot. č. 6). Úlohy podobné se umístily rovněž na předních místech. Výjimku tvoří případ, kdy byly číselné hodnoty zaměněny za písmena (ot. č. 1, na 11. místě v pořadí) a případ, kdy byla použita velká čísla, jejichž vztah byl komplikovanější — následující číslo je dáno odmocninou z čísla předchozího, které je napřed nutné zvětšit o jedničku (ot. č. 2).

Tabulka 2: Pořadí úloh podle úspěšnosti

Pořadí	Matematika		Fyzika	
	Úloha číslo	Úspěch [%]	Úloha číslo	Úspěch [%]
1.	6.	86	10.	41
2.	11.	83	5.	30
3.	3.	78	15.	24
4.	8.	76	3.	22
5.	4.	72	7.	11
6.	13.	71	11.	10
7.	5.	70	2.	08
8.	7.	61	9.	08
9.	12.	59	14.	06
10.	10.	53	8.	05
11.	1.	52	12.	05
12.	2.	47	13.	05
13.	14.	47	6.	04
14.	9.	43	4.	03
15.			1.	00

- Nejobtížnější matematickou úlohou byl součet nekonečné posloupnosti (ot. č. 9) a dále určitá úvaha o inflaci.
- Nejúspěšnější fyzikální úlohou byla formulace odpovědi na otázku „Co je to polovodič“, i když spíše naopak překvapí fakt, že v době, kdy jsou polovodiče používány doslova na každém kroku, 59 % absolventů středních škol nemá ani hrubou představu, o co se jedná.
- 89 % respondentů se nechalo zmást otázkou o rychlosti šíření zvuku ve vakuu. Bohužel již neexistuje možnost zjistit, zda nesprávná odpověď byla způsobena nepozorností, nebo právě neznalostí faktu, že zvuk ke svému šíření potřebuje materiální prostředí.
- Poněkud překvapující je nízká úspěšnost dotazu na Torricelliho pokus, která může svědčit o zvyšujícím se podílu pragmatického scientismu ve výuce fyziky, z níž jsou amputovány oživující příběhy o velikánech minulých dob. Navíc jednotka 1 torr = 1 mm Hg, dokumentující uvedený pokus, byla donedávna používána a ve starší literatuře se s ní běžně pracuje.

Použité bodové hodnocení jednotlivých úloh odráželo jejich časovou náročnost řešení. Pro účely podrobnějšího vyhodnocení testového materiálu se

zaměřením na požadované tvůrčí intelektuální dovednosti provedeme odlišnou evaluaci jednotlivých testových otázek.

U každé otázky určíme prvky řešení, které rozdělíme na dvě kategorie: (1) prvky mechanické (faktické vědomosti), (2) prvky tvůrčí, vyžadující aplikaci vědomostí. Prvky první skupiny ohodnotíme jedním bodem, prvky skupiny druhé třemi body. Dostaneme tak hodnocení, které reprezentuje *dominanci tvůrčích schopností aplikace poznatků* nad schopnostmi paměťově mechanickými v poměru 3:1.

Popis jednotlivých prvků u všech testových otázek, jejich zařazení do uvedených kategorií a evaluace jednotlivých otázek je soustředěna v tabulce 3 (matematika) a v tabulce 4 (fyzika). V tab. 5 jsou souhrnně uvedeny původní úspěšnosti a nové evaluace jednotlivých úloh. Hodnoty z této tabulky jsou vyneseny v grafech na obr. 1 a 2 — na ose  $x$  jsou dosažené úspěšnosti v procentech, na ose  $y$  evaluace, u níž dominuje stupeň tvůrčího obsahu úloh v poměru 3:1, vyjádřeny v bodech.

Datová základna uvedených dvou souborů úloh je příliš malá na to, aby mohly být na základě těchto výsledků činěny závažné závěry. Přesto však je z obou grafů patrná tendence poklesu úspěšnosti v závislosti na vzrůstajícím tvůrčím obsahu jednotlivých úloh. Z vynesené křivky matematických úloh se výrazně vymykají úlohy č. 10 (zápis komplexních čísel) a č. 9 (součet nekonečné posloupnosti), jejichž obsah má paměťový charakter, zatímco jejich úspěšnost není velká. U úlohy se zápisy komplexních čísel lze konstatovat, že vzhledem k nulovému repertoáru aplikací na středních školách nejsou vzorce zapotřebí a studenti je snadno zapomenou. Úlohu o součtu nekonečné řady lze jednoduše řešit dosazením do vzorce (což je předpokládaná metoda řešení  $\rightarrow$  nízká evaluace), ten je však snadné zapomenout ze stejných důvodů jako u úlohy č. 10. Pokud by však student chtěl řešit tuto úlohu „selským rozumem“, museli bychom uvažovat daleko větší tvůrčí obsah, neboť řešení implicitně zahrnuje důkaz konvergence a představu o přispěvcích jednotlivých členů posloupnosti, které představují vždy polovinu části zbyvající do celkové hodnoty 4.

Fyzikální úlohy demonstrují uvedenou tendenci poněkud přesvědčivěji než úlohy matematické, neboť úlohy jsou zde v průměru komplikovanější a poskytují pro dané hodnocení širší pole. Výrazně se zde vymyká pouze úloha č. 4 (Torricelliho pokus). Pravděpodobná příčina této skutečnosti již byla uvedena v celkovém rozboru výsledků testu.

Tabulka 3: Segmentace řešení a evaluace úloh z matematiky

Číslo úlohy	Popis prvku	Evaluace
1., 4.	Číselná reprezentace písmen	1
	Zjištění zákonitosti mezi členy	3
	Výpočet dalšího členu	1
	Převod čísla na písmeno	1
	Celkem	6
2.	NáznaK zákonitosti mezi dvojicemi 8-3, 63-8	3
	Ověření předpokladu na dvojici 3968-63	1
	Výpočet dalšího členu	1
	Celkem	5
3., 5., 6., 7.	Zjištění zákonitosti mezi členy	3
	Výpočet dalšího členu	1
	Celkem	4
8.	Úprava rovnice na tvar $2^x = 2^2 \cdot 2^6$	3
	Výpočet $x = 8$	1
	Celkem	4
9.	Použití vzorce pro výpočet součtu nekonečné posloupnosti, dosazení $a_0 = 2, q = \frac{1}{2}$	1
	Výpočet výsledku $\sum = 4$	1
	Celkem	2
10.	Použití mechanické znalosti různých zápisů komplexního čísla	1
	Celkem	1
11.	Použití principu zjišťování lineární závislosti	1
	Zjištění skalárního násobku 2 a porovnání jednotlivých složek	1
	Celkem	2
12., 13., 14.	Aplikace vzorce pro výpočet procent, správné určení jednotlivých základů	3
	Výpočet úroku	1
	Výpočet daně	1
	Celkem	5

Tabulka 4: Segmentace řešení a evaluace úloh z fyziky

Číslo úlohy	Popis prvku	Evaluace
1.	Náčrtek působících sil — tíha ( $m \cdot g$ ), rozklad tíhy na normálovou a tečnou složku vzhledem k nakloněné rovině, doplnění sil na rovnovážný stav	6
	Přepoččet spádu v procentech na úhlovou míru (trojčlenka)	1
	Odvození výsledného vztahu	1
	Celkem	8
2.	Rozpoznání sériového spojení elementů	1
	Výpočet celkového odporu, proudu	2
	Výpočet napětí na požadovaném rezistoru	1
	Celkem	4
3.	Rozpoznání paralelního zapojení elementů	3
	Výpočet proudu podle Ohmova zákona	1
	Celkem	4
4.	Zkumavka o délce 1 m naplněná rtutí dnem vzhůru — Torricelliho vakuum	1
	Celkem	1
5.	Rozpoznání a aplikace principu konstantního průtoku	3
	Výpočet změny průřezu ze změny světlosti	1
	Celkem	4
6.	Konstrukce rovnováhy sil — aplikace Pascalova zákona, hydrostatický tlak, umístění třecí síly, doplnění na rovnováhu	6
	Vyjádření všech sil pomocí známých veličin a odvození výsledného vztahu	2
	Celkem	8
7.	Podstata šíření mechanického vlnění	3
	Celkem	3
8.	Elektromagnetický signál $\sim$ světlo	3
	Celkem	3
9.	Podstata — dva různé poloměry působících sil, momentová rovnováha, vyjádření momentů	3
	Celkem	3
10.	Vnější podstata — vede proud jedním směrem	1
	Celkem	1
11.	Rozpoznání kalorimetrického problému	3
	Sestavení kalorimetrické rovnice	1
	Dosazení a výpočet	1
	Celkem	5

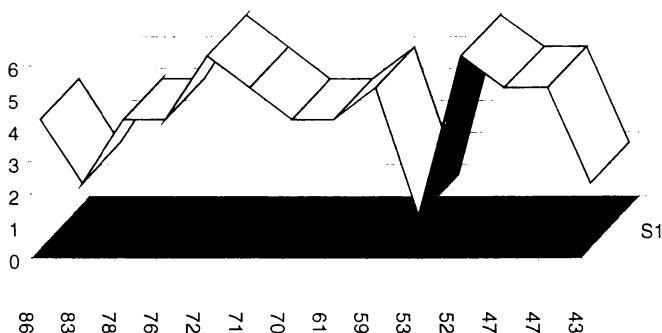


Tabulka 4: Segmentace řešení a evaluace úloh z fyziky — pokračování

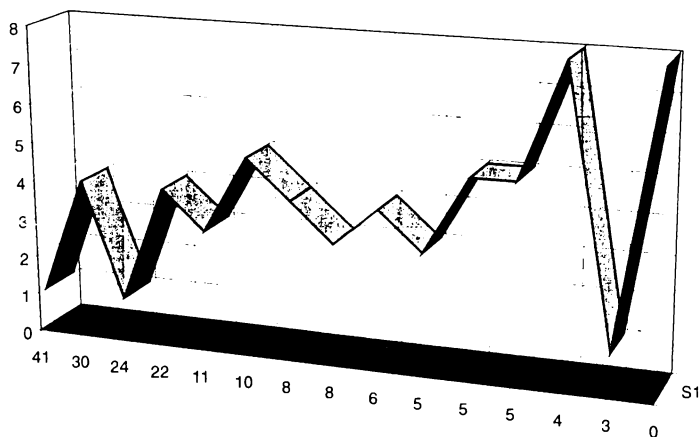
Číslo úlohy	Popis prvku	Evaluace
12.	Znalost 2. kosmické rychlosti 11 km/s	1
	Znalost rychlosti šíření signálu = rychlosti světla $3 \cdot 10^8$ m/s	1
	Sestavení vztahu pro dráhu družice	3
	Celkem	5
13.	Popis rovnoměrně zrychleného pohybu	1
	Znalost gravitačního zrychlení	1
	Odvození rychlosti ze zrychlení a dráhy, výpočet	3
	Celkem	5
14.	Vyjádření tíhy lana	1
	Sestavení rovnice pevnosti v tahu a tíhy při určitém průřezu	3
	Celkem	4
15.	Znalost Archimédova zákona	1
	Celkem	1

Tabulka 5: Přehled nové evaluace úloh

Poř. čís.	Matematika			Fyzika		
	Číslo úlohy	Úspěšnost	Evaluace	Číslo úlohy	Úspěšnost	Evaluace
1.	6.	86	4	10.	41	1
2.	11.	83	2	5.	30	4
3.	3.	78	4	15.	24	1
4.	8.	76	4	3.	22	4
5.	4.	72	6	7.	11	3
6.	13.	71	5	11.	10	5
7.	5.	70	4	2.	08	4
8.	7.	61	4	9.	08	3
9.	12.	59	5	14.	06	4
10.	10.	53	1	8.	05	3
11.	1.	52	6	12.	05	5
12.	2.	47	5	13.	05	5
13.	14.	47	5	6.	04	8
14.	9.	43	2	4.	03	1
15.				1.	00	8



Obr. 1: Závislost úspěšnosti na tvůrčím obsahu otázek — matematika



Obr. 2: Závislost úspěšnosti na tvůrčím obsahu otázek — fyzika

Výuka exaktních předmětů má svá četná specifika a z mnoha objektivních důvodů ji lze považovat za obtížnější než výuku jiných předmětů s vyšším obsahem logicky nenáročných prvků. Je proto přirozené, že to s sebou nese větší množství různých problémů, jejichž výsledkem je stav rámcově mapovaný prezentovaným namátkovým testem. Je však nepřijatelné se s touto situací smířovat. Podobně jako v jiných předmětech je i zde nutné vypracovat kvalitní výukové standardy, v nichž by se měly zobrazit potřebné změny v kvantitě a pojetí učiva, jeho kontextu s ostatním učivem i vztahu k potřebám vychovávaných žáků a studentů. Máme jedinečnou šanci v době probíhající transformace školy a školství dodat exaktním předmětům tako-

vou náplň, jaká odpovídá jejich nespornému společenskému významu. Je pouze na nás, jak této šance využijeme.

## Literatura

- [1] Základní kurikulum z matematiky pro evropského inženýra. SEFI-MWG, 1992.
- [2] Zpráva ústředního školního inspektora o průzkumu výsledků vzdělávání na ZŠ. Pedagogická orientace č. 10, 1994, s. 54–80.
- [3] Trna, J. — Trnová, E.: Struktura motivů žáků při výběru povinně volitelných vyučovacích hodin fyziky na základní škole. Pedagogická orientace č. 12–13, 1994, s. 105–111.
- [4] Trna, J.: Perspektivy výuky fyziky a problém motivace. Pedagogická orientace č. 5, 1992, s. 67–71.